

## INTERSECCIONS DE GERMES DE GORENSTEIN I CODIMENSIO TRES

Francisco Guillén Santos, Pere Pascual Gainza

Dpt. de Matemàtiques, E.T.S.E.I.B.  
Universitat Politècnica de Barcelona

### ABSTRACT

Here we study the deformations of germs that are proper intersection of Gorenstein germs of codimension 3, obtaining generalizations of the results proved by Mandelbaum and Schaps for perfect varieties and codimension two.

1. En aquest treball centrem el nostre interès en el problema de l'allisabilitat d'un germe d'espai analític i en determinar la seva deformació semiuniversal. Es coneix que: els germes de hipersuperfície i les seves interseccions pròpies, i.e. interseccions completes, són allisables i la base de la seva deformació semiuniversal és llisa; el germe perfecte i en codimensió dos també tenen la base llisa i són allisables si la seva dimensió és més petita que quatre cf. (4), resultats que Mandelbaum i Schaps van estendre posteriorment a les interseccions pròpies d'aquests germes, cf. (3). En (1) es va provar que per germes de Gorenstein i codimensió tres la base de la deformació semiuniversal és llisa, i en (2) que aquests germes són allisables si la seva dimensió és més petita que set.

Tot seguit presentem els resultats corresponents per interseccions pròpies de germes de Gorenstein i codimensió tres.

2. Una deformació d'un germe  $X_0$  d'espai analític és un morfisme  $f: X \rightarrow Y$  pla de germes d'espais analítics amb fibra analíticament equivalent a  $X_0$ .

**Lema:** Si  $f: X \rightarrow Y$  és un morfisme pla d'espais analítics, existeix un obert dens  $U$  de  $Y$  tal que si  $X_y$  és la fibra de  $f$  en  $y \in Y$  i  $\Sigma_y$  designa el seu lloc singular, la codimensió de  $\Sigma_y$  en  $X_y$  és constant per tot  $y \in U$ .

Aquest lema ens permet parlar de la codimensió genèrica de  $\Sigma_y$  en  $X_y$  per un tal morfisme, codimensió que anomenarem grau de allisabilitat del morfisme. Es defineix aleshores el grau de allisabilitat  $\text{al}(X_0)$  d'un germe  $X_0$  d'espai analític com el mínim dels graus d'allisabilitat de les deformacions analítics de  $X_0$ .

Cal observar que amb aquesta definició  $X_0$  és allisible si, i només si,  $\text{al}(X_0) > \dim X_0$ .

Direm que la intersecció de dos germes d'espai analític  $X_1, X_2$  a  $\mathbb{C}^n$  és pròpia si

$$\text{Tor}_1^{O_n}(O_1, O_2) = 0$$

on  $O_1$  i  $O_2$  són les algebres locals corresponents a  $X_1, X_2$ . Amb aquestes condicions en (3) es demostra que

$$\text{al}(X_1 \cap X_2) \geq \min(\text{al}(X_1), \text{al}(X_2)).$$

Llavors es despren d'un resultat d'en Kleppe cf. (2), el següent

**Teorema:** Si  $X_1$  i  $X_2$  són dos germes d'espai analític a  $\mathbb{C}^n$  de intersecció completa o Gorenstein i codimensió tres, i si  $\dim X_1 \cap X_2 \leq 6$  aleshores  $X_1 \cap X_2$  és allisible.

Aquest teorema s'exten de forma natural al cas d'una intersecció finita.

**Exemple:** En (1) varem veure que el con  $G \subset \mathbb{C}^{10}$  sobre la grassmaniana  $G(1,4) \subset \mathbb{P}^9$  és un germe rígid de Gorenstein i codimensió tres. Prenent  $g \in GL(10, \mathbb{C})$  generícament aleshores  $G' = g(G)$  tallarà propiament a  $G$ , i  $G \cap G'$  serà una singularitat de dimensió  $\leq 6$  i per tant allisible.

3. Per la deformació semiuniversal d'un germe intersecció pròpia de germes de Gorenstein i codimensió tres, obtenim el

Teorema: Siguin  $X_1, X_2$  germes d'espai analític a  $\mathbb{C}^n$  de Gorenstein i codimensió tres que es tallen propiament. Si existeix la deformació semiuniversal de  $X_1 \cap X_2$  aleshores és a base llisa.

Aquest resultat es pot estendre a una intersecció finita molt pròpia de germes del tipus intersecció completa, perfecte i codimensió dos o Gorenstein i codimensió tres.

#### BIBLIOGRAFIA

- (1) F.Guillén - V.Navarro: Deformaciones de singularidades de Gorenstein y codimensión tres, Actas VI Jornadas Hisp.-Lus. Santander (1979), pendent de publicació.
- (2) H.Kleppe: Deformation of schemes defined by vanishing of Pfaffians. J. of Alg. 53 (1978), 84-92.
- (3) R.Mandelbaum - M.Schaps: On the smoothing and deformations of perfect varieties. Math. Ann. 226 (1977), 67-80.
- (4) M.Schaps: Deformations of Cohen-Macaulay schemes of codimension 2 and non-singular deformations of space curves. Amer. J. Math. 99 (1977), 669-685.